

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、問題冊子が 4 ページからなっていることを確認しなさい。
3. 問題は全部で 4 問あります。
4. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は、解答冊子の各問題に対応する解答欄に記入しなさい。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(このページは空白)

1 関数 $f(x) = x^2$ に対し、次の(i), (ii)によって数列 $\{a_n\}$ を定めるとき、以下の問いに答えよ。

(i) $a_1 = 3, a_2 = 1$ とする。

(ii) 自然数 n に対し、曲線 $y = f(x)$ 上の 2 つの点 $\left(\frac{a_n}{2}, f\left(\frac{a_n}{2}\right)\right), (a_{n+1}, f(a_{n+1}))$ を通る直線と x 軸との交点の x 座標を a_{n+2} とする。

ただし、自然数 n に対して $a_n > 0$ および $a_n \neq 2a_{n+1}$ であることは、証明なしに用いてよい。

(1) a_{n+2} を a_{n+1} および a_n を用いて表せ。

(2) $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおく。数列 $\{b_n\}$ に対する漸化式を求めよ。さらに

$$b_{n+2} - p b_{n+1} = q (b_{n+1} - p b_n)$$

を満たす実数 p と q の組 (p, q) をすべて求めよ。

(3) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

2 関数 $f(x) = x \cos x$ について、以下の問いに答えよ。

(1) n を整数とする。点 $(2n\pi, f(2n\pi))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式は、 n の値によらず $y = x$ であることを示せ。

(2) $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲において、直線 $y = x$ と曲線 $y = f(x)$ とで囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において、関数 $I(x)$ を

$$I(x) = \int_x^{3x} f(t) dt$$

と定める。 $I(x)$ が最大値をとる x の値を α とするとき、 $\cos \alpha$ の値を求めよ。

3 赤玉が 2 個、白玉が 1 個入っている袋がある。さいころを投げ、3 の倍数の目が出たら白玉を 1 個、3 の倍数ではない目が出たら赤玉を 1 個、この袋の中に追加することにする。さいころを 2 回投げて袋の中に 2 個の玉を追加した後、よく混ぜ、袋の中から 3 個の玉を同時に取り出す。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 袋から取り出した玉が 3 個とも白玉である確率を求めよ。

(2) 袋から取り出した玉が赤玉 2 個、白玉 1 個である確率を求めよ。

(3) 袋から取り出した玉が赤玉 2 個、白玉 1 個であったとき、袋の中に残っている 2 個の玉がどちらも白玉である確率を求めよ。

4 四面体 OABC において、 $OA = 2, OB = 1, OC = 3, \angle AOB = 60^\circ, \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ とする。 $\angle AOB$ の二等分線と線分 AB との交点を D, $\triangle OAC$ の重心を G とし、線分 OA の中点を M, 線分 BM の中点を N とする。また、3 点 O, C, D を通る平面を α とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 線分 BM は平面 α と直交し、点 N は平面 α 上にあることを示せ。

(3) 点 P が平面 α 上を動くとき、 $MP + PG$ の最小値を求めよ。

数学
解答冊子

(工学部)

見本

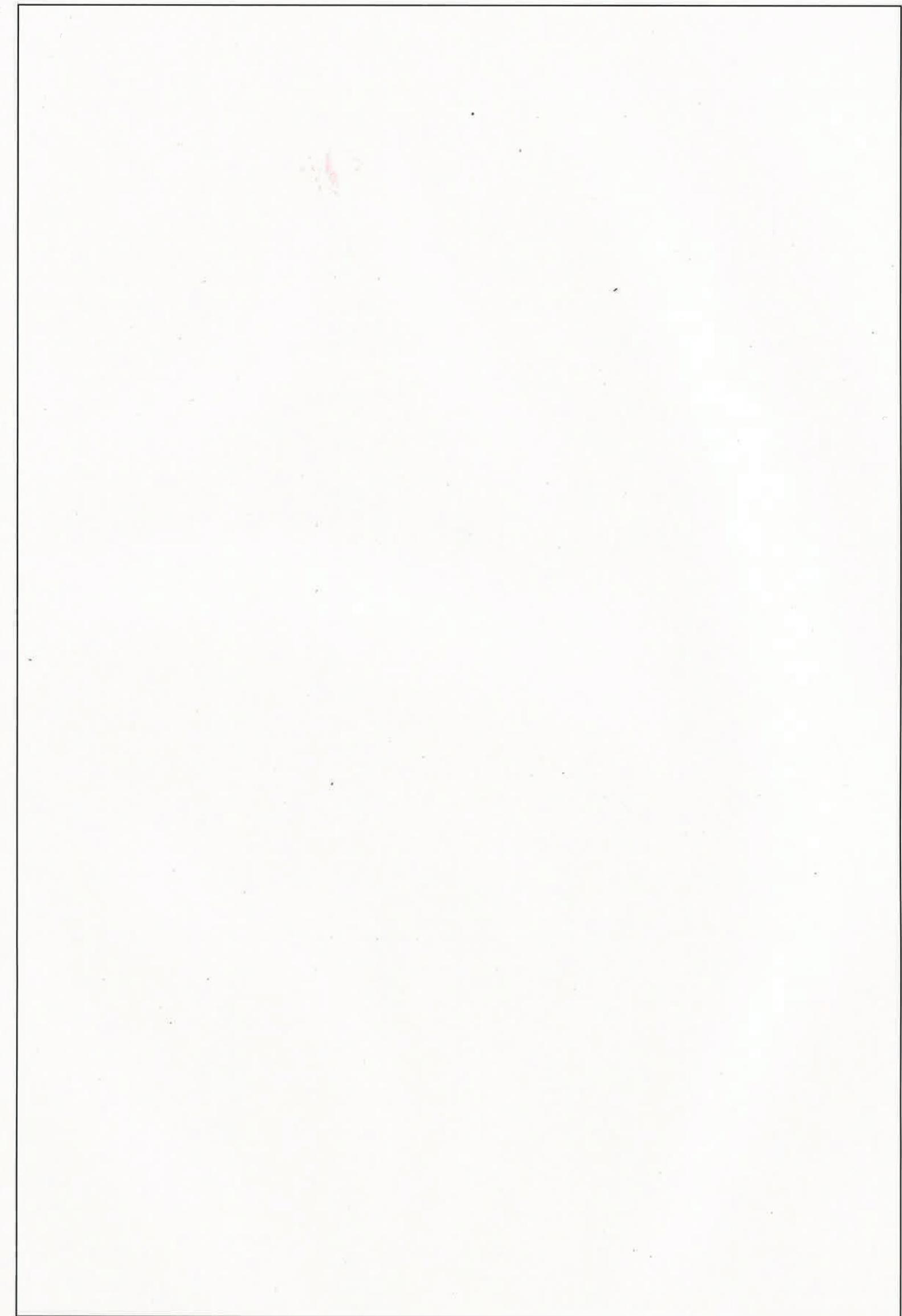
注意事項

1. 開始の合図があるまで、解答冊子を開いてはいけません。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、解答冊子が10ページからなっていることを確認しなさい。
3. 開始の合図の後、受験番号をこの表紙の左側の受験番号欄に記入しなさい。
4. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は指定された解答欄に記入しなさい。その際、解答欄の番号を間違えないように注意しなさい。
6. 解答冊子の空白ページは適宜使用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 各解答欄に書ききれない場合は、解答冊子の後半部分の空白ページに、該当する問題番号を明記の上、解答を記入しなさい。ただし、正規の解答欄には「後半の空白ページに続く」と明記しなさい。
8. 解答冊子は持ち帰ってはいけません。

受験番号

	1	2	3	4	総計
得点					

(このページは空白)



1 のつづき

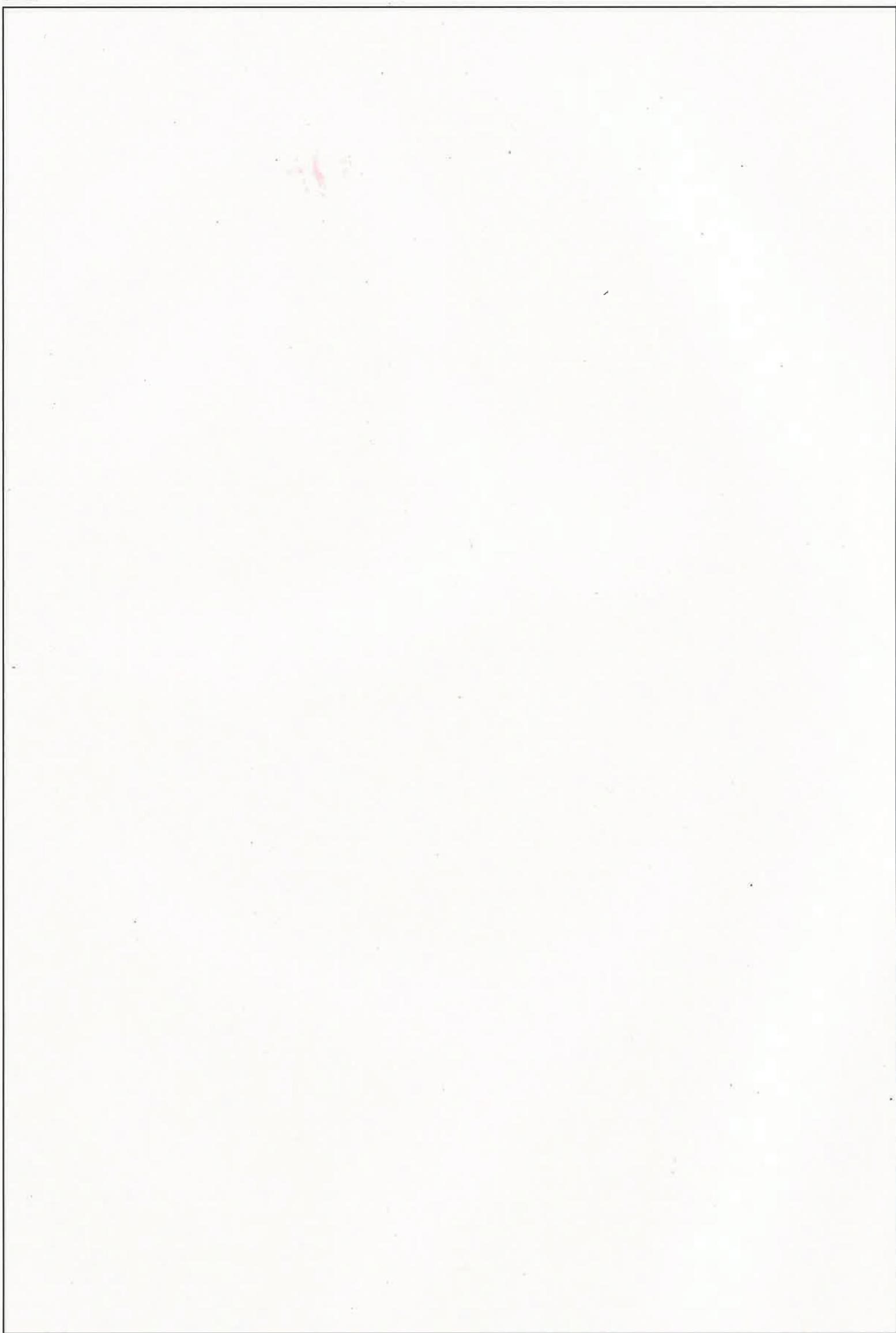
(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

得点 **1**

2 のつづき

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

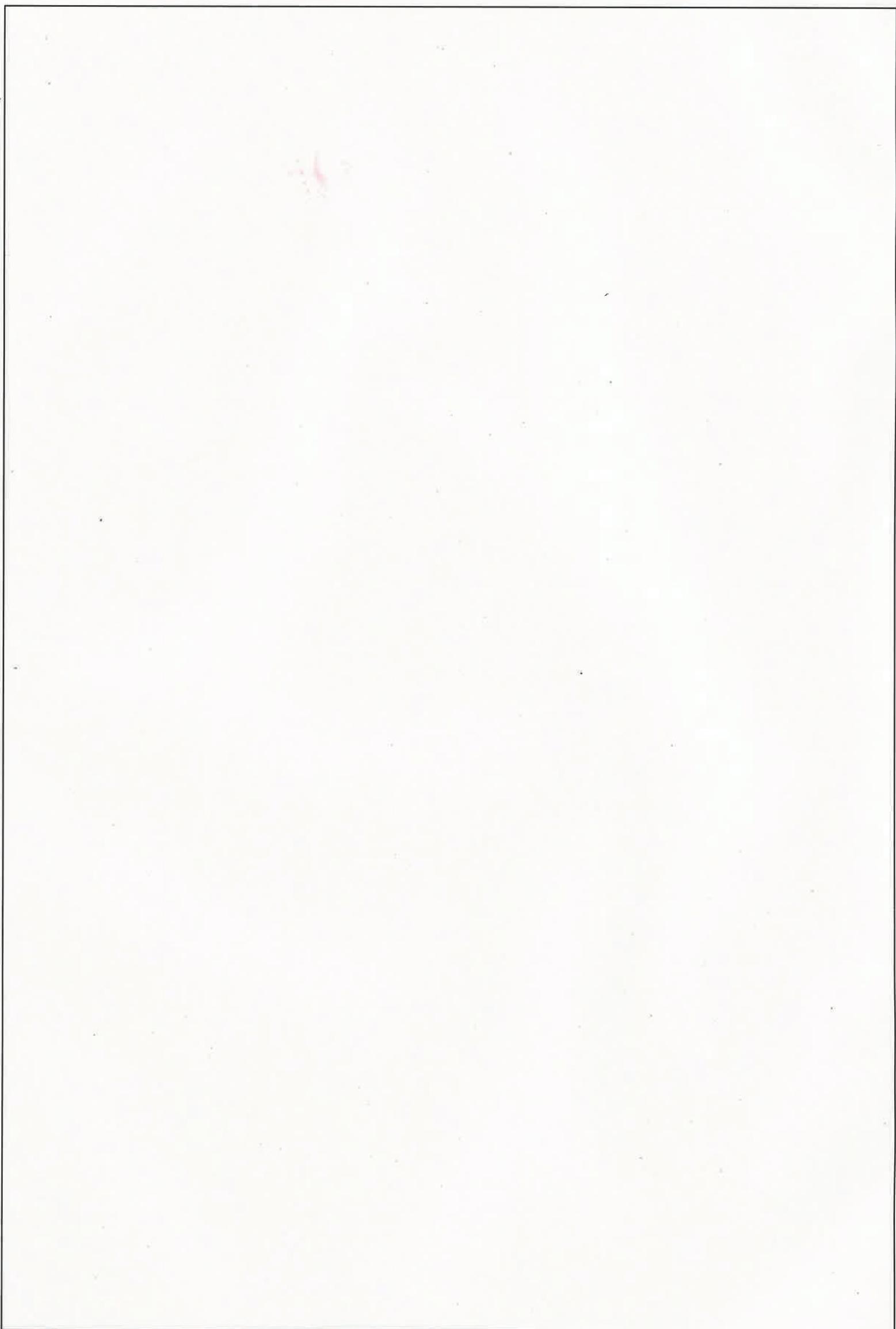
得点 2



3 のつづき

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

得点 3



4 のつづき

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

得点 4